

# Polinomios Ortogonales en la Recta Real

**Francisco Marcellán Español**

**Departamento de Matemáticas, UC3M**

**Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)**

Sevilla, 14-17 Noviembre 2016.

## 1 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). I

- Funcionales lineales y ortogonalidad.
- Polinomios ortogonales. Computación.
- Relación de recurrencia a tres términos. Teorema de Favard. Matriz de Jacobi.
- Función de Stieltjes. Aproximación Padé. Fracciones continuas.
- Medidas de probabilidad y funciones de Stieltjes.

## 2 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). II

- Ceros de OPRL. Propiedades básicas.
- Ceros y problemas espectrales en matrices de Jacobi.
- Núcleos. Caracterización extremal. Fórmula de Christoffel-Darboux.
- Simetrización de funcionales y polinomios ortogonales.
- Cuadraturas gaussianas. Extensiones.

## 1 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). III

- Perturbaciones de funcionales y polinomios ortogonales.
- Transformaciones espectrales lineales: Christoffel.
- Transformaciones espectrales lineales: Geronimus.
- Transformaciones espectrales lineales: Uvarov.
- Transformaciones de Darboux y matrices de Jacobi.
- Transformaciones espectrales racionales.

## 2 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). IV

- Polinomios ortogonales clásicos (caso continuo). Clase de Hahn.
- Teorema de Bochner.
- Caracterizaciones de polinomios clásicos.
- Interpretación electrostático de ceros de polinomios clásicos.
- Polinomios ortogonales clásicos y funciones hipergeométricas.

## 1 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). V

- Polinomios ortogonales clásicos (caso discreto). Clase de Hahn.
- Teorema de Lancaster.
- Caracterizaciones de polinomios ortogonales clásicos discretos.
- Relación por paso al límite entre clásicos discretos y continuos.
- Tabla de Askey.

## 2 Polinomios Ortogonales en la recta real (OPRL). VI

- Polinomios semiclásicos(caso continuo). Caracterizaciones.
- Ejemplos de polinomios semiclásicos.
- Polinomios tipo Krall (caso continuo).
- Polinomios semiclásicos discretos. Caracterizaciones.
- Ejemplos de polinomios semiclásicos discretos. Polinomios tipo Krall (caso discreto).

# Bibliografía básica

- T. S. Chihara, *An Introduction to Orthogonal Polynomials*. Gordon and Breach, New York 1978.
- A. F. Nikiforov, V. B. Uvarov, *Special functions of mathematical physics. A unified introduction with applications*. Translated from the Russian and with a preface by Ralph P. Boas. With a foreword by A. A. Samarskii. Birkhäuser Verlag, Basel, 1988.
- A. F. Nikiforov, S. K. Suslov, V. B. Uvarov, *Classical orthogonal polynomials of a discrete variable*. Translated from the Russian. Springer Series in Computational Physics. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- M. E. H. Ismail, *Classical and Quantum Orthogonal Polynomials in one variable*. With two chapters by Walter Van Assche. With a foreword by Richard A. Askey. Reprint of the 2005 original. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, **98**. Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- R. Koekoek, P. A. Lesky, R. F. Swarttouw, *Hypergeometric orthogonal polynomials and their  $q$ -analogues*. With a foreword by Tom H. Koornwinder. Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2010.