1º PARCIAL DFVV (GRUPO **B**). 23 de noviembre de 2015

Apellidos, Nombre: ____

Teoría. (3 Puntos) Elige y demuestra uno de los siguientes teoremas:

☐ **Teorema de Schwarz** ☐ **Teorema del valor medio**

Problema 1. ***(3 ptos.)*** *Sea* $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x,y) = \dfrac{|x|^\alpha \arcsin y}{\sqrt{x^2+2y^2}}$, $\alpha > 0$.

1. *Calcula, si es posible, los límites* $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ *y* $\lim_{(x,y)\to(1,1)} f(x,y)$.
2. *¿Para qué valores de* α *se puede definir* f *en* $(0,0)$ *de forma que* f *sea continua en* $\mathbb{R}^2$*? Justifica la respuesta.*
3. *Calcula, si es posible, las derivadas parciales de* f *en* $(0,0)$.
4. *¿Para que valores de* α f *es diferenciable en* $(0,0)$*? Justifica la respuesta y calcula la derivada total (diferencial) de* f *en* $(0,0)$ *si existe.*

Problema 2. ***(4 ptos.)****Sea $g : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$, $g(x, y, z) = -y \sin(z + x) + z^3 e^{x^2+y^2} + xyz$.*

1. *Decide si g es diferenciable en $\mathbb{R}^2$. Justifica la respuesta.*
2. *Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial g}{\partial x}$, $\frac{\partial g}{\partial y}$ y $\frac{\partial g}{\partial z}$.*
3. *¿Cuánto vale la derivada g en el punto $(\pi/2, 1, 0)$ según la dirección del vector $(-3, 0, 4)$.*
4. *¿En que dirección es máxima la variación de g en dicho punto $(\pi/2, 1, 0)$? ¿Y mínima?*
5. *Escribe la expresión para el plano tangente a la superficie definida por $w = g(x, y, z)$ en el punto $(\pi/2, 1, 0)$?*
6. *Escribe el polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(\pi/2, 1, 0)$.*

2º Parcial DFVV (GRUPO **B**). 11 de enero de 2016

Apellidos, Nombre: ____

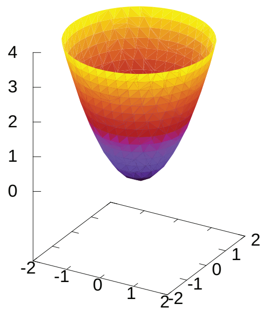
Teoría. (3 puntos) Demuestra el **Teorema de la función implícita**.

Problema 1. 4 puntos: Sea la función $f : A \subset \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = z^2 - 2z + 2y^2 + 4x^2 - 3,$$

donde A es la región definida por (paraboloide elíptico)

$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ x^2 + y^2 \leq z \leq 4\}$.



1. Calcula todos los extremos locales de dicha función.
2. ¿Alcanza f su máximo y mínimo globales en A? Justifica tu respuesta.
3. Calcula, si existen, dichos máximo y mínimo globales de f.

Problema 2. 3 puntos: Sea la ecuación $e^{z^2-1} + (xe^{y^2} + e^{x^2}y)z - 1 = 0$.

1. Para que valores de $a \in \mathbb{R}$ la ecuación anterior define una función $z = f(x, y)$ en el entorno U del punto $(0, 0, a)$. ¿Para alguno de dichos puntos la función $z = f(x, y)$ es diferenciable? ¿Cuántas veces? Justifica la respuesta.
2. Calcula, si es posible, las derivadas parciales $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ en el entorno de los puntos obtenidos en el apartado 1.
3. Escribe, si es posible, la ecuación del plano tangente a la curva $z = f(x, y)$ en los puntos obtenidos en el apartado 1.

EXAMEN FINAL DFVV (GRUPO **B**). 20 de enero de 2016

Apellidos, Nombre: ____

Teoría. (2 puntos) Elige y demuestra uno de los siguientes teoremas:

☐ **de Heffter-Young.** ☐ **Teorema de la función implícita.**

Problema 1: 3 puntos Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^\alpha \arctan(y)}{x^4 + 2y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0)\ . \end{cases}$$

1. Prueba que f es continua en todo su dominio para $\alpha > 2$.
2. Encuentra, si existen, las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en $\mathbb{R}^2$.
3. Decide para que valores de α f es diferenciable $(0,0)$. ¿Y en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$?

Problema 2: 1 punto

Estudiar el límite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x|y|^{3/2})}{|x|^2 + |y|}$.

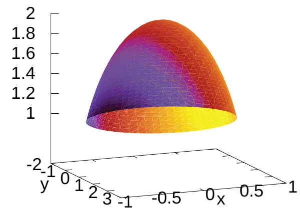
Problema 3: 4 puntos

Sea la función $f : A \subset \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = z^2 - 2z + y^2 - 2y + 2x^2 - 3.$$

donde A es la región definida por

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 4x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z \geq 1\}.$$



1. Calcula todos los extremos locales de dicha función.
2. ¿Alcanza f su máximo y mínimo globales en A? Justifica tu respuesta.
3. Calcula, si existen, dichos máximo y mínimo globales de f.

Recuperación parcial 1 DFVV (GRUPO **B**). 20 de enero de 2016

Apellidos, Nombre: ____

Teoría. (2 puntos) Elige y demuestra uno de los siguientes teoremas:

☐ **de Heffter-Young**. ☐ **Teorema de Taylor**.

Problema 1. 3.5 puntos: Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^{\alpha}\arctan(y)}{x^4+2y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0)\ . \end{cases}$$

1. Prueba que f es continua en todo su dominio para $\alpha > 2$.
2. Encuentra, si existen, las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en $\mathbb{R}^2$.
3. Decide para que valores de α f es diferenciable $(0,0)$. ¿Y en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$?

Problema 2. 1 punto:

Estudiar el límite $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\sin(x|y|^{3/2})}{|x|^2+|y|}$.

Problema 2. 3.5 puntos: Sea la función $g : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$, $g(x,y,z) = x^2 + ye^{x\,z}$.

1. Decide si g es diferenciable en $\mathbb{R}^2$. Justifica la respuesta.
2. Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial g}{\partial x}$, $\frac{\partial g}{\partial y}$ y $\frac{\partial g}{\partial z}$.
3. ¿Cuánto vale la derivada g en el punto $(1,2,0)$ según la dirección del vector $(3,0,-4)$.
4. ¿En que dirección es máxima la variación de g en dicho punto $(1,2,0)$? ¿Y mínima?
5. Escribe la expresión para el plano tangente a la superficie definida por $w = g(x,y,z)$ en el punto $(1,2,0)$.
6. Escribe el polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(1,2,0)$

Recuperación 2º parcial DFVV (GRUPO **B**). 20 de enero de 2016

Apellidos, Nombre: ____

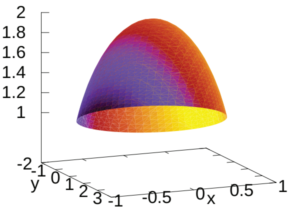
Teoría. (2 puntos) Demuestra el **Teorema de la función implícita**.

Problema 1. 4 puntos: Sea la función $f : A \subset \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = z^2 - 2z + y^2 - 2y + 2x^2 - 3,$$

donde A es la región definida por

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ 4x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z \geq 1\}.$$



1. Calcula todos los extremos locales de dicha función.
2. ¿Alcanza f su máximo y mínimo globales en A? Justifica tu respuesta.
3. Calcula, si existen, dichos máximo y mínimo globales de f.

Problema 2. 4 puntos: Sea la ecuación $x^2z - z^2x + x\cos(xz^2) - 1 = 0$

1. Para que valores de $a, b \in \mathbb{R}$ la ecuación anterior define una función $z = f(x, y)$ en el entorno U del punto $(a, b, 0)$. ¿Es para alguno de dichos puntos la función $z = f(x, y)$ diferenciable? ¿Cuántas veces? Justifica la respuesta.
2. Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ en los puntos anteriores donde sea posible.
3. En que dirección es máxima la variación de $z = f(x, y)$ en el punto $(1, 1, 0)$.

SUBIR NOTA DFVV (GRUPO **B**). 20 de enero de 2016

Apellidos, Nombre: ____

Problema 1. 2 puntos: Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^\alpha \arctan(y)}{x^4 + 2y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0)\ . \end{cases}$$

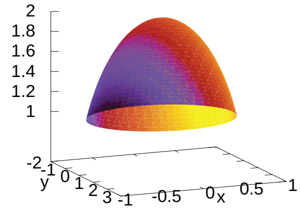
1. Prueba que f es continua en todo su dominio para $\alpha > 2$.
2. Decide para que valores de α f es diferenciable $(0,0)$. ¿Y en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$?

Problema 2. 4 puntos: Sea la función $f : A \subset \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = z^2 - 2z + y^2 - 2y + 2x^2 - 3.$$

donde A es la región definida por

$$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 4x^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z \geq 1\}.$$



1. Calcula todos los extremos locales de dicha función.
2. Calcula, si existen, dichos máximo y mínimo globales de f. Justifica tu respuesta.

Problema 3. 1 punto: Estudiar el límite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x|y|^{3/2})}{|x|^2 + |y|}$.

EXAMEN FINAL DFVV (GRUPO **B**). 1 de septiembre de 2016

Apellidos, Nombre: ____

Teoría. (2 puntos) Elige y demuestra uno de los siguientes teoremas:

☐ **de Schwarz**. ☐ **Condición suficiente de extremo)**.

Problema 1: 3 puntos Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

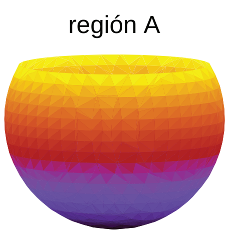
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|y|^\alpha \arcsin(2x)}{4x^2+y^4} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \ . \end{cases}$$

1. ¿Para qué valores de α f es continua en todo su dominio?.
2. Encuentra, si existen, las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en $\mathbb{R}^2$.
3. Decide para que valores de α f es diferenciable $(0,0)$. ¿Y en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$? Justifica tu respuesta.

Problema 2: 1 punto

Estudiar el límite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \frac{y(x-\sin(x))}{x^4+3y^2}$.

Problema 3: 4 puntos Sea la función $f : A \subset \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$,



$$f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2-2x-4y+1,$$

donde A es la región definida por

$A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ x^2+y^2+z^2 \leq 4,\ z \leq \sqrt{3}\}$.

1. Calcula todos los extremos locales de dicha función.
2. ¿Alcanza f su máximo y mínimo globales en A? Justifica tu respuesta.
3. Calcula, si existen, dichos máximo y mínimo globales de f.