Programa de Análisis Matemático I. Curso 2004/5

Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Sevilla

Profesor: Renato Alvarez Nodarse Grupo B

1. Programa

1. Introducción a los números complejos
2. Cálculo de primitivas: métodos de integración
3. Introducción a la integración: integral de Riemann
4. Integrales impropias
5. Aplicaciones de la integral
6. Series de números
7. Sucesiones y series de funciones
8. Series de potencias y funciones analíticas

2. Temario detallado

1. **Introducción a los números complejos.** Nociones básicas de los números complejos. Definición y propiedades elementales. Operaciones. Algunos conceptos del análisis en la región de los números complejos: Límite y derivadas. Función exponencial y logarítmica complejos. El teorema fundamental del Álgebra.

2. **Cálculo de primitivas: métodos de integración** Primitiva e integral indefinida. Cálculo de primitivas: métodos de integración. Integración por cambio de variable e integración por partes. Integración de funciones racionales e irracionales.

3. **Introducción a la integración: integral de Riemann** Particiones de un intervalo. Sumas integrales. Funciones integrables y su integral. Propiedades. Criterios de integrabilidad (Darboux, Riemann, Du Bois Reymond, etc). Integrabilidad de funciones monótonas y continuas. Primer y segundo teoremas de la media. Teorema fundamental del cálculo. Regla de Barrow. Integración por cambio de variable y por partes. Representación integral del resto (error) del desarrollo de Taylor.

4. **Integrales impropias** Integrales impropias de primera y segunda especie. Criterios de convergencia. Convergencia absoluta y condicional. Criterios de Weierstrass, y Abel-Dirichlet.

5. **Aplicaciones de la integral.** Curvas rectificables. Longitud de arco. Área de un recinto plano. Volumen de un sólido de revolución. Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO): las EDOs lineales y separables.

6. **Series de números.**

   Definición de serie y primeras propiedades. Criterio de Cauchy. Series de términos positivos: criterios de convergencia (comparación, cociente, raíz, ...). Criterio de Abel-Diritchlet. Series alternadas: criterio de Leibnitz. Convergencia absoluta y condicional: teorema de reordenación de Riemann.

7. **Sucesiones y series de funciones.** Sucesiones de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Criterios del supremo y de Cauchy. Criterios de convergencia uniforme: criterios de Weierstrass, Abel-Dirichlet. Aplicación a las EDOs: Un teorema de existencia.

8. **Series de potencias y funciones analíticas.** Series númericas en $\mathbb{C}$. Series de potencias: definición. Convergencia absoluta y uniforme: teoremas de Abel. Radio de convergencia: fórmula de Cauchy-Hadamard. Propidades de las sucesiones y series de funciones uniformemente convergentes: Continuidad, derivación e integración de sucesiones y series de funciones y series de potencias. Funciones infinitamente derivables. Funciones desarrollables en serie de potencias. Series de Taylor. Las funciones elementales del Análisis: exponencial, trigonométricas, inversas, etc.

3. Metodología y Evaluación

La asignatura está dividida en 4 horas teóricas y 2 horas prácticas semanales. Las horas de teoría se dedicarán a la explicación de los principales conceptos del análisis matemático de una variable real y elementos del análisis complejo, mostrando a los alumnos los principales resultados así como la demostración de los mismos. Además se desarrollarán distintos ejemplos que permitan a los mismos aplicar y profundizar los conceptos teóricos aprendidos. Las horas prácticas se dedicarán a proponer y resolver diversos ejercicios que permitan al alumno una comprensión más profunda de los conceptos teóricos y que sirvan de complemento a las clases teóricas.

Al final del cuatrimestre se se efectuará un exámen final constituido por una parte teórica-práctica y otra de problemas. Para aprobar el examen es necesario obtener al menos 5 puntos. También se entregarán varios proyectos que pueden complementar la nota del exámen final, sólo en caso de mejorarla.

Bibliografía

Bibliografía básica

- V. ILIN y E. POZNIAK, *Fundamentos del Análisis Matemático*, 3 tomos (Mir, 1991).
- L.D. KUDRIÁTSEV, *Curso de Análisis Matemático*, tomos I y II (Mir, 1984).
- V. ZORICH, *Mathematical Analysis I y II*, (Springer, Series: Universitext, 2004).

Colecciones de problemas

- I. I. LIASHKÓ, A. K. BOIARCHUK, Iá. G. GAI y G. P. GOLOVACH, Matemática Superiores. Problemas Resuetos (Anti-Demidovich) Vol II (Cálculo Integral para funciones de una variable) III. (Series y Cálculo diferencial para funciones de varias variables) (Editorial URSS, 1999).

Bibliografía complementaria

- T.M. APOSTOL, *Calculus*, tomos I y II (Reverté, 1989).
- R.G. BARTLE, *Introducción al Análisis Matemático* (Limusa, 1990).
- J. BURGOS, *Cálculo Infinitesimal de una variable* (MaGraw-Hill, 1995).
- V.F. BUTUZOV y otros, *Análisis matemático en preguntas y problemas* (Mir, 1984)
- R. COURANT y F. JOHN, *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático*, tomos I y II (Limusa, 1976 y 1978)
- B. DEMIDOVICH, *5000 problemas de Análisis Matemático* (Paraninfo, 1980).
- A. DURÁN, *Historia, con personajes, de los conceptos del Cálculo.* (Alianza, 1996)
- E. HAIRER y G. WANNER, *Analysis by its History* (Springer Verlag, 1996)
- M. SPIVAK *Calculus* (Reverté, 1987).
- L. D. KUDRIÁTSEV, A. D. KUTÁSOV, V. I. CHEJLOV y M. I. SHABUNIN, Problemas de Análisis Matemático Vol I y II. (Mir-Rubiños, 1992).
- G. POLYA y G. SZEGÖ, *Problems and theorems in Analysis*, tomos I y II (Springer-Verlag, 1976)

Renato Álvarez Nodarse. Despacho: 1er piso, Mod 15, Despacho 15-06

`http://euler.us.es/~renato/`