Regularidad Fraccionaria de $\log(\,\partial\phi\,)$ para Aplicaciones Cuasiconformes

Antonio L. Baisón

Universitat Autònoma de Barcelona

EARCO 2015, Carmona, 21 a 23 de mayo de 2015

ABSTRACT: Si μ es una función medible en $\mathbb{C}$ con $\|\mu\|_\infty < 1$ y soporte compacto, es bien conocido que existe un único homeomorfismo $\phi : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ que cumple la ecuación de Beltrami

$$\partial_{\overline{z}}\phi = \mu\partial_z\phi$$

y además $|\phi - z| \to 0$. También es sabido (ver [1]) que bajo estas condiciones el logaritmo complejo $\log(\partial_z\phi)$ está bien definido y pertenece a BMO. En esta charla probaremos el resultado siguiente.

Teorema. *Fijado* $\alpha \in \left(\frac{1}{2}, 1\right]$, *el coeficiente* $\mu \in W_c^{\alpha,\frac{2}{\alpha}}(\mathbb{C}) \cap L^\infty(\mathbb{C})$ *con* $\|\mu\|_{L^\infty(\mathbb{C})} \leq k < 1$ *y dada* $\phi \in W_{loc}^{1,2}(\mathbb{C})$ *la aplicación cuasiconforme solución de*

$$\overline{\partial}\phi = \mu\partial\phi.$$

Entonces, $\log(\partial\phi) \in W^{\alpha,\frac{2}{\alpha}}(\mathbb{C})$.

El caso $\alpha = 1$ ya fue considerado en [2]. La prueba del resultado se basa en demostrar la invertibilidad de un operador en $L^{\frac{2}{\alpha}}(\mathbb{C})$. Para ello, nos basaremos en la compacidad de cierto conmutador del laplaciano fraccionario.

REFERENCIAS:

[1] K. Astala, T. Iwaniec, I. Prause, E. Saksman ¨*Bilipschitz and quasiconformal rotation, stretching and multifractal spectra*¨. Publ. Math de l'IHÉS. September 2014.

[2] A. Clop, D. Faraco, J. Mateu, J. Orobitg, and X. Zhong, ¨*Beltrami equations with coefficient in the Sobolev Space* $W^{1,p}$¨. Publ. Mat. **53** (2009), 197-230.